Einführung

Die alten griechischen Geometer abstrahierten aus physikalischen Objekten wie Strecken, Stäbe, Würfel und definierten entsprechende Größenarten wie Länge, Flächeninhalt, Volumina usw. 300 v. Chr. ging es um Abstraktionen, die aus dem *sinnlich Wahrnehmbaren* entstanden: aus der Geometrie der krummen Kurven oder aus einer Menge der Punkte einer Ebene.

Später, im 16.-17. Jahrhundert, abstrahierten Mathematiker von den Unebenheiten eines Lineals oder von der Dicke des Striches beim Ziehen einer Geraden mit Reißfeder. Die derzeitigen Temperatur- und Druckmessgeräte förderten die Entwicklung von statistischen Methoden zur Bearbeitung der Versuchsergebnisse mittels bekannter Funktionen (Polynome, Logarithmen, Exponentialfunktionen).

Im Laufe der Zeit ändern sich die Werkzeuge und die Aufgabenstellungen. Anstelle der Methoden des 17. Jahrhunderts, die zur Beschreibung von stetigen Kurven, zur Lösung der linearen Gleichungssystemen oder zur Untersuchung von Funktionen mit ein-zwei Variablen eingesetzt werden können, benötigt die heutige digitale Technik Methoden zur Behandlung von unstetigen Funktionen, nichtlinearen Gleichungen und Funktionen mit mehreren Variablen. Aus den Differentialen wurden im 19. Jahrhundert die Differenzen, aus Integralen die rekursiven Summen entwickelt. Die Probleme, die dabei entstehen, löst man heute - dank der rasanten Entwicklung der Computertechnik - durch einen massiven Einsatz von numerischen Methoden.

Das *sinnlich Wahrnehmbare* hat sich im Laufe der Zeit auch geändert. Heute sind wir mit Begriffen wie Speicher, Fernbedienung und Download sehr gut vertraut. Werden sie zur Bildung von neuen Abstraktionen einbezogen?

Nein. Die moderne Informations- und Nachrichtentechnik ist nur ein Werkzeug zum Lösen von mathematischen Fragestellungen, nicht aber das *sinnlich Wahrnehmbare*, das zur Entwicklung von neuen mathematischen Methoden einbezogen wird. Mit einem Personalcomputer oder Taschenrechner berechnen heute Studenten und Ingenieure per Tastendruck Integrale sowohl in numerischer, als auch in symbolischer Form. Die Lösungsmethoden sind aber in ihrer ursprünglichen Form geblieben bzw. an die moderne digitale Technik angepasst – das *sinnlich Wahrnehmbare* unseres Jahrhunderts hat dabei nichts geändert.

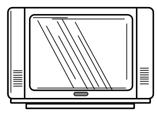
Ist es überhaupt möglich, auf das *sinnlich Wahrnehmbare* der alten Geometer zu verzichten und die jahrhundertenlang behandelten Lösungen durch neue Begriffe zu beschreiben bzw. neue Methoden zu entwickeln?

Es ist wohl bekannt: ein neues Verfahren in der linearen Algebra anzubieten ist heute genauso unwahrscheinlich, wie einen Nagel in einem Heuhaufen zu finden.

Trotzdem ist ein Versuch im vorliegenden Buch gemacht. Mit dem *sinnlich Wahrnehmbaren* unseres Alltags, nämlich mit mobiler Kommunikation und Fernsteuerung, wird ein neues Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen angeboten.

Es werden folgende Begriffe eingeführt und im Text symbolisch bezeichnet:

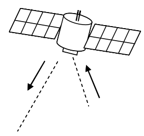
- *Das stationäre Gerät*: Ein Gerät, das zu steuern ist, z. B. ein TV-Gerät oder ein DVD-Player. Damit wird das gegebene Gleichungssystem bezeichnet, dessen Lösung gesucht wird.



- *Das Mobilgerät:* Ein tragbares Gerät, mit dem gesteuert wird. Damit wird das zusätzliche Gleichungssystem bezeichnet, dass aus dem Originalsystem ermittelt wird.

- *Die Steuerung:* Die Einstellung von Parametern des Mobilgerätes im gewünschten Sinne. Damit wird die Wahl von Variablen des zusätzlichen Gleichungssystems bezeichnet, die zur Lösung des Originalsystems nötig sind.

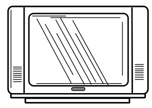
- *Die Kommunikation:* Die Verbindung des Mobilgerätes zum stationären Gerät. Damit wird der Zusammenhang zwischen zwei Gleichungssystemen beschrieben.



- *Die Anzeige:* Das Ergebnis der erfolgreich abgeschlossenen Fernsteuerung. Damit wird die gesuchte Lösung des gegebenen Gleichungssystems bezeichnet.

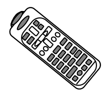
Wie funktioniert dieses Verfahren? Die Mechanismen und die Regeln sind im Buch beschrieben. Unten werden an einem Beispiel nur die Grundrisse gezeigt, wie ein lineares Gleichungssystem „angesteuert“ bzw. gelöst wird.

Das Gleichungssystem ist ein stationäres Gerät:



$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 28 \\ 4x_1 + 5x_2 = 48 \end{cases}$$

Für die Steuerung braucht man ein Mobilgerät



$$\begin{cases} 2z_1 + 4z_2 = d_1 \\ 3z_1 + 5z_2 = d_2 \end{cases}$$

mit *Control*-Tasten (die Variablen z_1 und z_2) und *Level*-Tasten (die Absolutglieder d_1 und d_2).

Man stellt das Mobilgerät so ein, dass das stationäre Gerät auf die Unbekannte x_1 *ferngesteuert* wird. Das Mobilgerät wird dafür folgendermaßen *konfiguriert*:

$$z_1 = 1$$

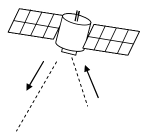
$$d_2 = 0$$

Auf dem *Bildschirm* des Mobilgerätes wird das Ergebnis der nachfolgenden Berechnung angezeigt:

$$3z_1 + 5z_2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad z_2 = -0{,}6$$

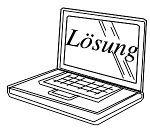
$$d_1 = 2z_1 + 4z_2 \qquad \Rightarrow \qquad d_1 = -0{,}4$$

Mit dem RUN-Befehl erstellt man nun die Kommunikation zwischen den beiden Geräten. Es entsteht dabei die so genannte *Intensitätsbilanz*:



$$d_1 x_1 + d_2 x_2 = c_1 z_1 + c_2 z_2$$

Daraus wird die gesuchte Unbekannte x_1 bestimmt:



$$(-0{,}4) \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 = 28 \cdot 1 + 48 \cdot (-0{,}6)$$

$$x_1 = 2$$

Analog kann die zweite Unbekannte x_2 berechnet werden: $x_2 = 8$